

**Przedmiot:**

# **FUNKCJE RZECZYWISTE z ELEMENTAMI TEORII MNOGOŚCI**

**Przedmioty poprzedzające:**

wstęp do matematyki, analiza matematyczna, wstęp do topologii,

## **Treści nauczania**

1. Funkcje monotoniczne
  - granice jednostronne, punkty nieciągłości,
  - funkcje skoku,
  - funkcja Cantora.
2. Funkcje o wahanii skończonym
  - wahanie funkcji, podstawowe własności funkcji o wahanii skończonym,
  - twierdzenie o rozkładzie Jordana.
3. Funkcje I klasy Baire'a
  - funkcje półciągłe, oscylacja funkcji,
  - zbiór punktów ciągłości dowolnej funkcji,
  - funkcje I klasy Baire'a, warunki równoważne.
4. Własność Darboux
  - związek własności Darboux z ciągłością funkcji,
  - funkcje Darboux nieciągłe w każdym punkcie przedziału.
5. Funkcje ciągłe nigdzie nieróżniczkowalne
  - przykład Weierstrassa, informacje o innych przykładach funkcji nigdzie nieróżniczkowalnych,
  - klasa Baire'a zbioru funkcji mających pochodną przynajmniej w jednym punkcie, nieefektywny dowód istnienia funkcji nigdzie nieróżniczkowalnych.
6. Twierdzenie Vitaliego
  - twierdzenie o różniczkowalności prawie wszędzie funkcji monotonicznej,
  - twierdzenie Lebesgue'a o różniczkowaniu całki.
7. Funkcje absolutnie ciągłe
  - definicja i podstawowe własności funkcji absolutnie ciągłych,
  - funkcje osobliwe,
  - twierdzenie o rozkładzie funkcji o wahanii skończonym.

## 8. Równoliczność zbiorów

- twierdzenie Cantora,
- twierdzenie Cantora-Bernsteina,
- liczby kardynalne.

## 9. Zbiory dobrze uporządkowane

- definicja i przykłady zbiorów liniowo uporządkowanych,
- definicja i przykłady zbiorów dobrze uporządkowanych,
- typy porządkowe zbiorów liniowo uporządkowanych,
- liczby porządkowe,
- twierdzenie Zermello o dobrym uporządkowaniu, inne warunki równoważne pewnikowi wyboru,
- działania na liczbach porządkowych,
- ciągi pozaskończone.

## 10. Hipoteza continuum